Lo Gnòlo, sebbene un po' deluso dalla scarsa partecipazione ai suoi giochi (forse erano troppo semplici? Mi ha comunque detto di riferire che i prossimi, la cui gestione spetterà al suo amico Anaclèto, saranno più complessi…) ringrazia vivamente i partecipanti per aver scritto le soluzioni in maniera (abbastanza) comprensibile.
Ecco dunque le risposte del

CERTAMEN DELLO GNÒLO

ESERCIZIO 1

Poiché C ha 0 punti, ha perso tutte le partite. In particolare la partita A-C deve essere finita 1-0, perché A ha segnato un solo gol. Qundi A ha perso sia contro B che contro D, senza segnare alcun gol.
C può aver segnato 1 gol contro B e uno contro D oppure 2 gol contro B e 0 contro D (o viceversa). Ma in quest'ultima ipotesi la partita B-C (o D-C) deve essere finita almeno 3-2, perché C ha perso tutte le partite. Ma allora B (o D) non può aver segnato contro A perché in totale ha fatto 3 gol. Dunque B-C e D-C sono finite entrambe con il risultato di 2-1.
Inoltre A ha perso per 1-0 sia contro B che contro D.
Dunque né B né D possono aver segnato altri gol, il che significa che l'incontro tra B e D è finito a reti inviolate.

Ecco la tabella come doveva essere pubblicata:

	A	B	C	D
Gol segnati	1	3	2	3
Gol subìti	2	1	5	1
Punti	2	5	0	5

ESERCIZIO 2

Sono state date parecchie risposte diverse: complimenti!!! Le riporto tutte per non essere "di parte":

1°MODO
Contando i piani partendo da quello più alto, i fiammiferi necessari sono 3, 7, 11, … cioè ad ogni piano servono 4 fiammiferi in più rispetto a quelli necessari per il piano precedente.
Viene così definita una successione

$$\begin{cases} a_1 := 3 \\ a_{n+1} := a_n + 4 \end{cases}$$

La somma S dei primi m termini di tale successione deve essere 45150.
Poichè

$a_1 = 3$
$a_2 = 3 + 4$
$a_3 = 3 + 4 + 4$
ecc.

$S = 3\,m + 4\,(m-1) + 4\,(m-2) + ... = 3\,m + 4\,[(m-1) + (m-2) + ... + 1] = 3\,m + 4\,(m-1)\,m / 2$

$S = 2\,m^2 + m$

Basta risolvere l'equazione $2\,m^2 + m - 45150 = 0$ e considerare solo la soluzione positiva, cioè 150. Dunque con 45150 fiammiferi possono essere costruiti esattamente 150 piani.

2° MODO

Si nota con alcuni tentativi per induzione, che il numero di stuzzicadenti chiamiamolo "n" è uguale al numero di piani per il numero di stuzzicadenti usato nel piano centrale ed il piano centrale ha esattamente tanti fiammiferi quanti il numero di fiammiferi nell'ultimo piano più quelli del primo diviso due e il numero di fiammiferi dell'ultimo piano è il numero del piano per 4 meno 1. Si può riassumere questa frase un po' oscura con la formula

N(numero di fiammiferi) = $P * (((4*P - 1) + 3))/2$

da cui $45150 = P*(2P + 1) = 2P^2 + P$

Basta risolvere l'equazione $2\,P^2 + P - 45150 = 0$ e considerare solo la soluzione positiva, cioè 150.

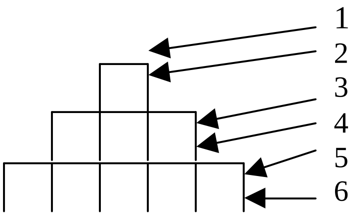
3° MODO

La costruzione evidenzia che in ogni piano che chiamiamo n i fiammiferi verticali necessari per costruire l'n-simo piano sono 2n e quelli orizzontali $n+(n-1)=2n-1$ → l' n-simo piano richiede $4n-1$ fiammiferi. Facendo la media tra l' n-simo piano e il primo (formato da 3 fiammiferi) si trova ogni piano quanti fiammiferi necessita mediamente. Moltiplicando poi per n, troviamo i fiammiferi totali.

$((4n - 1) + 3)/2 * n = 45150$ (gli altri calcoli sono identici…)

4° MODO (ovvero: le soluzioni più semplici sono sempre quelle che non vengono colte…

(parte 1a))



Scusate il disegno, più preciso di così non riesco a farlo…

Dal disegno si nota che:

per fare il 1° piano occorrono (1 + 2) fiammiferi

per fare il 2° piano occorrono (1 + 2 + 3 + 4) fiammiferi

per fare il 3° piano occorrono (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) fiammiferi

… … … …

per fare l' n-esimo piano occorrono $(1 + 2 + 3 + \ldots + 2n) = 2n*(2n - 1)/2 = n*(2n - 1)$ fiammiferi.

Se essi sono 45150 ottengo $2n^2 + n - 45150 = 0$, di semplice risoluzione. L'unica soluzione positiva e dunque accettabile è proprio 150.

ESERCIZIO 3

Supponiamo che Federico sia l'unico bugiardo e che ogni sua affermazione sia falsa. Numeriamo le frasi:

1) "Ciao! Noi siamo fratelli e io, che sono il secondo, non mi chiamo Massimo."
2) "Io sono il maggiore e il più piccolo si chiama Cesare."
3) "No, il maggiore sono io, e mi chiamo Pierluigi!"
4) "Ma no: Pierluigi è il secondo!!!"

Le affermazioni 2 e 3 si contraddicono, perché due bambini non possono essere entrambi fratelli maggiori (anche se fossero gemelli, uno dei due sarebbe nato per primo). Dunque o la 2 o la 3 viene pronunciata da Federico ed è falsa.
Se fosse falsa la 2, la 3 sarebbe vera, ma questa contraddice la 4. Dunque se c'è un solo bugiardo, la 3 è l'unica affermazione falsa. Dalle affermazioni 2 e 4 ricaviamo che i fratelli sono, in ordine decrescente di età:

…………	ha affermato la 2
Pierluigi	ha affermato la 1
…………	
Cesare	

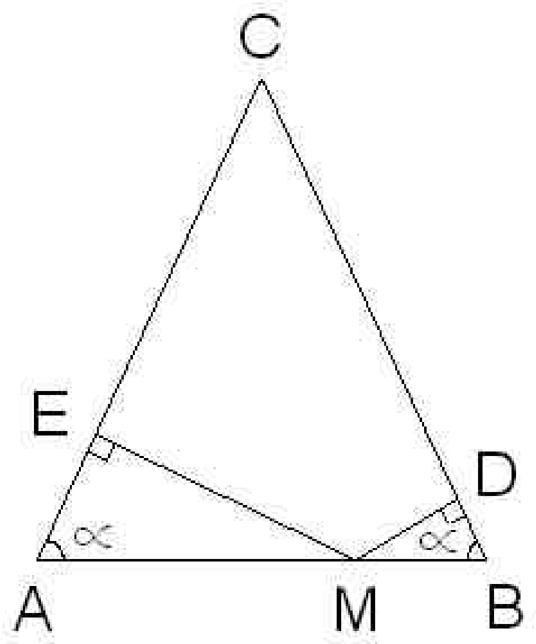
Il mentitore, Federico, non è il maggiore, perché afferma di esserlo ma mente. Dunque la tabella va così completata:

Massimo	ha affermato la 2
Pierluigi	ha affermato la 1
Federico	ha affermato la 3
Cesare	ha affermato la 4

ESERCIZIO 4

Il primo errore è "cuesta" al posto di "questa".
Il secondo errore è "erori" al posto di "errori".
Il terzo è… che nella frase non ci sono tre errori!!!

ESERCIZIO 5



Ecco qua un bellissimo disegno.

Per ipotesi l'angolo in A è uguale all'angolo in B (li chiameremo α), perché ABC è isoscele. Inoltre gli angoli AEM e BDM sono retti.

Il triangolo AEM è simile al triangolo BDM, poiché hanno due angoli uguali. Dunque

EM : DM = AM : BM perciò

(AM + BM) : AM = (EM + DM) : EM

$$EM + MD = \frac{EM\,AB}{AM}$$

Poiché AM + BM = AB è costante e
EM/AM = sin α è costante,

EM + MD è costante.

ESERCIZIO 6

L’equazione $x^4 - 18x^3 + kx^2 + 200x - 1984 = 0$ ha 4 soluzioni nei complessi. Si può dunque scrivere come $(x - a)(x - b)(x - c)(x - d) = 0$ dove a, b, c, d sono le soluzioni dell’equazione. Sviluppando questo prodotto di ottiene, tenendo presente che il prodotto di due radici è 32:

$$\begin{cases} ab = -32 & \\ abcd = -1984 & \Longrightarrow cd = (-1984) / (-32) = 62 \\ a + b + c + d = 18 & \Longrightarrow a + b = 18 - c - d \\ ab + ac + ad + bc + bd + cd = k & \\ abc + abd + acd + bcd = -200 & \Longrightarrow ab\,(c + d) + cd\,(a + b) = -200 \end{cases}$$

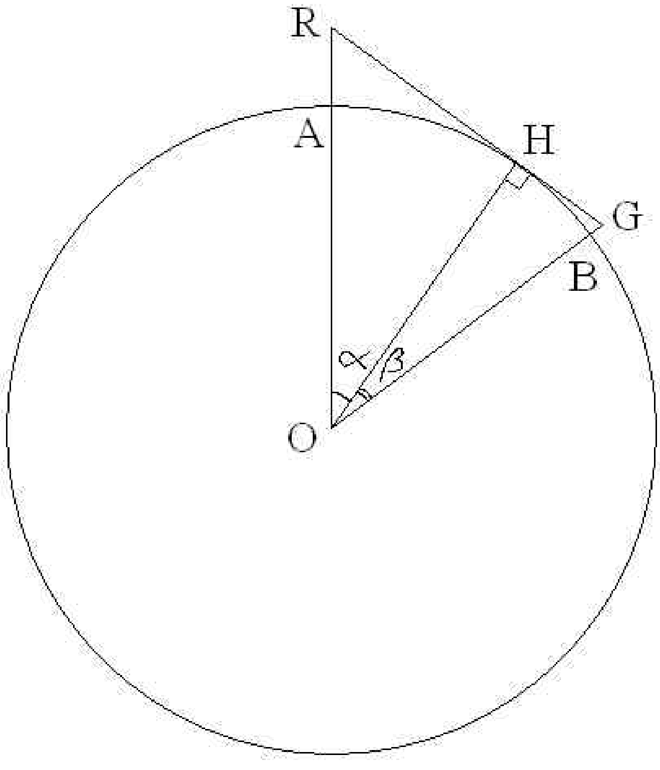
Dunque $\quad -32\,(c + d) + 62\,(18 - c - d) = -200 \quad \Longrightarrow \quad c + d = 14$

$$\begin{cases} ab = -32 \\ a + b = 4 \\ cd = 62 \\ c + d = 14 \end{cases}$$

$k = ab + ac + ad + bc + bd + cd = ab + a(c+d) + b(c+d) + cd = ab + (a+b)(c+d) + cd =$
$= -32 + 4*14 + 62 = 86$

ESERCIZIO 7

1°MODO
Qui è necessario un altro PIAcevole disegnino…



Scusa se non è in scala, ma così si capisce meglio (spero).

Questa è la sezione del PIAneta, gli occhi di Retse sono in R, gli occhi di Oigroig sono in G.
Supponiamo che quando Retse non vede più gli occhi di Oigroig, non veda neppure il resto (non è detto che gli occhi di Oigroig siano in cima al corpo…).

Devo misurare l’arco di circonferenza AB.
Se misuro tutto in metri,
OR = 1004
OG = 1001
r = OA = OB = OH = 1000

Dunque
$\cos \alpha = OH / OR$
$\cos \beta = OH / OG$

$\alpha + \beta = \arccos(1000/1004) + \arccos(1000/1001) \approx 0{,}133997$

L’arco AB misura r ($\alpha + \beta$) metri cioè circa 134 metri. Quando Oigroig sarà a questa distanza da Reste, lei non lo vedrà più.

2° MODO (ovvero: le soluzioni più semplici sono sempre quelle che non vengono colte… (parte 2a))

Poiché OH = OA = OB = raggio del PIAneta = 1000 metri, AR = 4 e GB = 1 (in metri), tenendo presente che il segmento GR è tangente alla circonferenza, si ha che gli angoli in H sono retti.
Pertanto, OR = 1004 metri e OG = 1001 metri rappresentano le ipotenuse dei triangoli rettangoli OHG e OHR. Per calcolare RG basta fare
$RH + HG = v(1004^2 - 1000^2) + v(1001^2 - 1000^2) \approx 89.53 + 44.73 = 134.26$ metri.

ESERCIZIO 8

Abbinare 4 colori è ovviamente (o forse per qualcuno no?) la stessa cosa che abbinarne 5, in quanto l’ultimo foglio finirà nell’ultima scatola con lo stesso colore. Dunque tra le rimanenti 10 persone, tutte e 10 azzeccheranno il colore esatto di tutte le scatole.

ESERCIZIO 9

$P = (n^3 – n) (5n + 2) = n (n + 1) (n – 1) (5n + 2)$.
Uno tra n, (n + 1) ed (n – 1) è divisibile per 3, perché sono tre numeri consecutivi.
Se n è dispari, (n – 1) ed (n + 1) sono pari ed uno dei due è divisibile per 4. Quindi P è divisibile per 3*2*4 = 24.
Se n è divisibile per 4, (5n + 2) è pari, dunque P è divisibile per 24.
Se n è divisibile per 2 ma non per 4, (5n + 2) è divisibile per 4, dunque P è divisibile per 24.

Lo Gnòlo ringrazia Sèm ed Anacleto per l'aiuto e l'accoglienza ricevuti.
Un ringraziamento particolare ad Ester per la bravura nello stilare le soluzioni in modo semplice, chiaro e a tutti comprensibile (prendete esempio…). È dunque con riconoscenza che lo Gnòlo ha deciso di porre al termine di questo Certamen i simpatici *commenti by Ester* sugli esercizi di questa puntata… Alla prossima!!!

Commenti

1) C si chiamava in realtà Piallaenne.
   [PS: riporto anche la bella frase con cui Giorgio ha cominciato la risposta a questo esercizio: "Il risultato della partita B contro D è 0 a 0, lo so perché <u>l'ho arbitrata io</u>, comunque lo si può dedurre anche dal tabellone stampato dal giornale ragionando in questo modo:"]
2) Non si capisce chi abiterà in una casa composta da 150 piani fatti di fiammiferi, materiale altamente infiammabile.
3) E se Adele mentisse?
4) Che ci fa Topo Gigio nella città di Oz?
5) {era troppo serio come commento, per cui l'ho eliminato…}
6) Mi ricorda qualche esercizio già visto nei certamen precedenti…
7) *"Nel PIAneta da cui viene E.T., vivono due esserini graziosi di nome Oigroig e Retse"*. Dunque per simmetria, dal PIAneta da cui vengono Giorgio ed Ester proviene anche TE. Comunque grazie per il "graziosi" al contrario…
   (questo esercizio mi sta antipatico perché ho usato la calcolatrice…)
8) Ma non erano volontari un po' interdetti?
9) {altro commento un po' troppo serio…}