primo certamen dello yeti
classifica

medaglia d’argento: Giorgio
premio campiello: Trentista (per la citazione montaliana)
premio trenitalia: Giorgio (ha scritto le soluzioni in treno)
leone d’oro: Trentista (per la cultura cinematografica)
premio vergogna: Albertani & Federico che non hanno partecipato
premio dubito ergo sum: Giorgio (che nell’esercizio 3 ha messo in dubbio un dato del testo)
premio pirla dell’anno: io

Dettaglio dei punti

	Giorgio	**Trentista**
1	0	1
2	0	2
3	3	3
4	4	0
5	5	5
6	6	6
7	5	7
8	8	8
9	9	9
10	9	10
	49	**51**

Per l’esercizio 10: anche se il testo dell’esercizio era sbagliato (ora trovate il testo giusto su aMate), le soluzioni sono state valutate comunque, in base all’esattezza del ragionamento.

primo certamen dello yeti
soluzioni

nota: *dove una soluzione è frutto del lavoro di un concorrente è stato debitamente segnalato. In mancanza di indicazioni invece è frutto del sudore della mia fronte*

1. Ogni giorno il messaggio verrà trasmesso un'ora dopo rispetto al giorno precedente. Quindi dopo 24 segnali si trasmetterà nuovamente alle 9 del mattino; ciò avverrà dopo 25 giorni, poiché uno è stato "guadagnato" sommando le 24 ore di spostamento quotidiano nell'invio del segnale.
Ovvero *(Trentista)*:

Appello *Ora*
2 febbraio 9 mattino
3 febbraio 10 mattino [basta fare *n° giorno + 7 = n° ora*]
4 febbraio 11 mattino
…
16 febbraio 23 sera [attenzione, si salta un giorno!!]
18 febbraio 0 notte [d'ora in poi bisogna calcolare *n° giorno – 18 = n° ora*]
…
27 febbraio 9 mattino

Più semplicemente, si ottiene il risultato calcolando il m.c.m. dei due numeri; si trasmetterà di nuovo alle 9 del mattino dopo $25 \cdot 24 = 600$ ore, ovvero 25 giorni.
La successiva trasmissione alle 9 del mattino avverrà dunque venerdì 27 febbraio.

2. *(Trentista)* Se non fosse così (ragionando cioè per assurdo) potremmo trovare una stringa di dieci caselle ed inserire in ognuna di esse i divisori (primi) di tali numeri. Dovrebbe capitare che in ogni casella compaia almeno un numero già presente in almeno una delle altre. Ovviamente consideriamo solo i primi fino al 7, in quanto da 11 in poi, ammesso che un numero con tali divisori compaia nella stringa, non ce ne sarebbero altri in quanto il successivo (o il precedente) multiplo di 11 sarebbe troppo "distante", fuoriuscendo dalla stringa stessa.
Basta anche qui fare un po' di prove per convincersi che ciò non è possibile: rimane sempre fuori almeno una casella, che identifica il numero coprimo con tutti gli altri.
Esempio:

2	3	2 7	5	2 3	???	2	3	2 5	7

3. La diagonale *BD* è uguale alla diagonale *AC* cercata, ed è anche uguale al raggio. Quindi $r = BD = AC = 10$.

4. Ogni commensali ha 7 possibili vicini; ogni sera si siede vicino a 2, per cui dopo 3 sere ne avrà solo 1 a cui si può sedere ancora vicino (3 configurazioni diverse che rispettino i criteri del gioco si possono in effetti ottenere). Il direttore dovrà quindi preparare il tavolo ancora 2 volte.

5. La cifra delle unità della somma di 10 numeri consecutivi è 5. Dato che dobbiamo sommare 7 volte 10 numeri consecutivi, anche la cifra delle unità della somma di 70 numeri consecutivi sarà 5.
(Giorgio) Dato che i 70 numeri possono anche essere i primi 70 numeri naturali, si può usare la formula di Gauss.

6. *(Trentista)* Per trovare il minimo necessario conviene che Sisto ed Elisabetta attraversino il ponte insieme, per non rallentare troppo Pino o Baldo, e che dopo non lo riattraversino più. Tenendo conto che l'ombrello non può tornare indietro da solo, la soluzione migliore risulta essere questa:

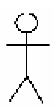
- Passano prima Pino e Baldo
- Torna Pino
- Passano Sisto ed Elisabetta
- Torna Baldo
- Ri-passano Pino e Baldo

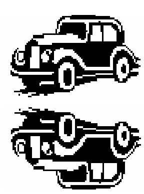
Notare che se anche fosse tornato prima Baldo e poi Pino non sarebbe cambiato nulla in termini di tempo (l'addizione gode infatti della proprietà commutativa): il tempo totale sarà di 2+1+10+2+2=17 minuti.

7. *(Trentista)* Se Lilly divide le zollette in due gruppetti uguali (da 1000 zollette ciascuno), capiterà sicuramente che Olga dividerà ulteriormente i gruppetti [sì, alla faccia dei gruppETTI… dovremmo dire gruppONI!] e lascerà nello stesso gruppo iniziale la parte più grande e quella più piccola. Quindi Olga avrà in questo caso "solo" 1000 zollette.
Tutte le altre scelte sono svantaggiose per Lilly. Infatti se Lilly fa due gruppetti da 1000-x e 1000+x zollette, Olga dividerà in due (nel caso di gruppi con un numero dispari di elementi, lo farà all'incirca) il gruppetto da 1000-x e l'altro in due gruppi da 1 e da 1000+x-1 zollette, aggiudicandosi questi ultimi due (e quindi 1000+x zollette) e lasciandone a Lilly meno di mille.

8. *Per questo esercizio riporto integralmente la soluzione del Trentista, che presenta aspetti edificanti per l'animo umano.*

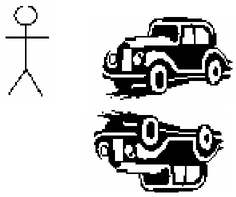
La cosa più difficile di questo esercizio è scrivere quello che ho pensato. Vediamo se riesco a disegnarlo:
Non so se mai qualcuno ha visto il film "Sliding Doors": beh, 'sto film racconta la storia di una ragazza che ad un certo punto si "sdoppia" e comincia a vivere due vite separate (è un film un po' paranoico, capisco, ma è carino…). Questo sarà quello che accadrà in questo esercizio. Le due vite "parallele" dell'auto saranno rappresentate l'una speculare rispetto all'altra.





qui l'auto incontra l'omino

e qui invece no…



l’omino sale in macchina

l’auto prosegue

l’auto e l’omino tornano

l’auto, arrivata in stazione, s’accinge a tornare

Questo intervallo (in termini di tempo) equivale a 10 minuti: infatti d’ora in poi le macchine si seguiranno a questa distanza fissa, e l’omino arriverà a casa con 10 minuti di anticipo rispetto al solito (ossia l’auto di sopra dovrà attendere quella di sotto per 10 minuti, appunto). Poiché la velocità dell’auto l’abbiamo supposta costante, dal disegno 2 al disegno 3 sono passati 5 minuti esatti (in quanto la macchina di sotto è andata 5 minuti a sinistra, quella di sopra 5 minuti a destra, e quindi la “distanza” in termini di tempo è proprio di 10 minuti). Questo significa che quando l’auto di sopra ha incontrato l’omino, le mancavano solo 5 minuti ad arrivare in stazione, e poiché doveva arrivare alle 5 puntuali, ciò vuol dire che l’incontro è avvenuto alle 16:55. Pertanto il marito ha camminato per ben 55 minuti sotto il sole cocente di quel meriggio settembrino, andando nel sole che abbaglia, sentendo con dolce meraviglia com’è tutta la vita e il suo travaglio, in questo limitare una muraglia che ha in cima cocci aguzzi di bottiglia (scusami la citazione, ma non trovi che ci stia bene?…)

Più brevemente, ovvero riassumendo solo gli elementi utili alla soluzione, l’anticipo di 10 minuti nel ritorno a casa va diviso: 5 minuti sono stati guadagnati nel viaggio d’andata e 5 nel viaggio di ritorno. Quindi la moglie ha incontrato il marito 5 minuti prima delle 5, quindi 55 minuti dopo le 4, minuti in cui “l’omino” si è dedicato alla montaliana passeggiata.

9. *(Trentista)* Indichiamo l’assegno iniziale come a,b ove a indica il numero di euro e b il numero di centesimi. Poiché il cassiere si sbaglia, il signor Brando non riceve a euro e b centesimi, ma b euro e a centesimi. (fin qui, mi sembra tutto ovvio…)
In totale dunque prima aveva (nell’assegno) $a*100+b$ centesimi. Adesso, dopo che ha acquistato la busta, gli restano $b*100 + a - 5$ centesimi.
Dovendo quest’ultima quantità essere il doppio di quella iniziale, si ha

$2(a*100 + b) = b*100 + a - 5$
$200a + 2b = 100b + a - 5$
$199a - 98b + 5 = 0 \Rightarrow 5 = -199a + 98b$

È un’equazione diofantea, si risolve con questo metodo:

199=98*2+3 (*i*)
98=3*32+2 (*ii*)
3=2*1+1 (*iii*)

Dalla (*i*) otteniamo 3=199-98*2
Sostituendo nella (*ii*) abbiamo 98=(199-98*2)*32 + 2
da cui 2=98*65-199*32
Infine sostituendo gli ultimi due risultati nella (*iii*) si ha
199-98*2=98*65-199*32+1
da cui 1=199*33-98*67

Moltiplicando per 5 otteniamo
5 = 199*165 – 98*335

Quindi i valori per a e b dovrebbero essere a = -165 e b = -335
Ma ovviamente a e b devono essere positivi.
Notiamo quindi che
$98b - 199a = 98(b+199) - 199(a+98)$
per cui altre soluzioni sono

a =	-67	b =	-136
	31		63
	129		262
	ecc.		ecc.

Dovendo essere b < 100 l’unica possibilità è che l’assegno fosse di 31,63 euro.
Verifichiamo. Il signor Brando ha ricevuto 63,31 euro. Ne ha spesi 0,05, restando con 63,26 euro che è esattamente il doppio dell’assegno iniziale.

10. *Questo problema è stato posto con un errore nel testo: infatti nel cubo di partenza sono stati scambiati i vertici con 25 e 26 formiche. La soluzione del problema esatto sarebbe stata A. Riporto la soluzione del problema così come è stato posto.*
Naturalmente, attraverso lo stesso principio, applicato però al cubo di partenza esatto, si ottiene che il cubo C non soddisfa la “parità di modulo 3”, mentre il cubo A la soddisfa.

(Trentista) NESSUNA delle tre situazioni può verificarsi. Infatti si ha che

- Nessuna formica “sparisce” (il totale deve rimanere uguale)
- Si mantiene la “parità mod 3”, ossia il resto della divisione per 3, della somma dei vertici non consecutivi. Cioè, se il cubo è questo:

a b
c d

e f
g h

la somma dei numeri ai vertici a,d,f,g deve avere un resto della divisione per 3 uguale a quello della somma degli stessi vertici nel cubo finale, e così deve accadere per al somma di b,c,e,h.

Ora, dunque, scartiamo subito la soluzione B) perché ha meno formiche (194 contro le 196 iniziali). Passiamo poi ad elencare le somme

Somma a,d,f,g	prima	97 => 1 mod 3
	caso A)	95 => 2 mod 3
	caso C)	93 => 0 mod 3

quindi non c'è alcuna soluzione corretta.