

Dopo un'estenuante attesa, torna a grande richiesta per i nostri amici matematici il *Certamen Mathematicum*, con una nuova, entusiasmante puntata, curata dal nostro amico Anacleto.

## IL CERTAMEN DI ANACLETO

A fianco di ogni esercizio sono indicati i punti che ogni esercizio vi permetterà di accumulare, se risolto in maniera corretta e debitamente spiegato.

Le soluzioni devono pervenire, entro e non oltre il 15 marzo 2004, al seguente indirizzo e-mail: [trentista@yahoo.it](mailto:trentista@yahoo.it).

Naturalmente se qualcuno di vostra conoscenza volesse partecipare, è il benvenuto, anche se con la matematica magari non ha nulla a che fare...

Per saperne di più sul Certamen, scaricarvi il file con questa gara e per vedere le gare precedenti (o le molte e variegaste stupidate), visitate il sito <http://amate.altervista.org>.

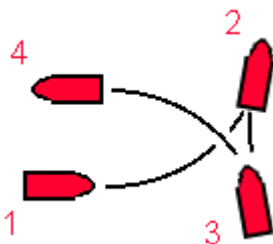
Buon divertimento e in bocca al lupo!!!

### 1. I TRE DIAGRAMMI (5 punti)

Thomas è direttore di una catena di fast-food (con tre punti vendita) che propone ogni giorno in menù tre piatti: un piatto di cous-cous, un piatto di pesce e un piatto vegetariano. Ognuno dei tre ristoranti della catena ha appena inviato un diagramma a torta che illustra la ripartizione delle vendite delle tre pietanze proposte. Stranamente, in tutti e tre i diagrammi c'è un angolo di 120 gradi, e per tutti e tre i ristoranti si legge: 222 piatti di cous-cous e 114 piatti di pesce. Ciò nonostante, il numero di piatti vegetariani venduti sono tra loro differenti. Quanti piatti vegetariani complessivamente hanno venduto i tre ristoranti?

### 2. IL MEZZO GIRO DI GIORGIO (4 punti)

Giorgio sta guidando su una strada di campagna: a un certo punto si rende conto che va nel verso sbagliato (che imbranato, non se ne poteva accorgere prima?). Decide allora di fare inversione a U. Fa coincidere l'asse della sua vettura col bordo destro della strada (posizione 1), gira completamente le ruote verso sinistra, poi descrive un arco di circonferenza fino al lato opposto (posizione 2). Gira allora le sue ruote completamente verso la destra e va in retromarcia fino al bordo della strada (posizione 3). Gira nuovamente le ruote completamente a sinistra e descrive un nuovo arco di circonferenza che lo porta in posizione 4, allo stesso livello che all'inizio, con l'asse della vettura che coincide col bordo della strada. Quando le ruote sono girate al massimo, la vettura di Giorgio descrive un arco di circonferenza di raggio 8,70 m. Qual è la larghezza della strada?



### 3. IL SALARIO DEL SUDORE (3 punti)

Eugenio e Ester non sono dei grandi matematici: per fare i compiti hanno invitato Sara al bar del liceo. In questo bar ogni cosa costa un numero intero di Mat-monete (abbreviazione Mm). I tre hanno ordinato caffè, cornetti e tavolette di cioccolato. In questo ordine, per Ester: 1, 3, 7; per Eugenio: 1, 4, 10 (che mangione!!); per Sara: 1, 1, 1 (lei ha dovuto lavorare!). Ester per la sua consumazione deve pagare 29 Mm e Eugenio 38 Mm. Desiderano ringraziare Sara dividendo a metà quello che lei deve pagare. Quanto pagherà ognuno di loro in più?

#### 4. IL LIBRO DI AL.FA E BE.TA (4 punti)

In un lontano paese, le tasse sulle vendite variano secondo le province. Ad Algebraville tutte le vendite sono tassate al 15%. A Geometryburg le vendite sono inizialmente tassate all'8% ma poi, al prezzo calcolato con questa tassa, si aggiunge una seconda tassa del 5%.

Alexander Fa e Benedict Ta hanno comperato lo stesso libro (quindi con lo stesso prezzo, tasse escluse) nelle due diverse province. Al.Fa l'ha pagato 287,5 sovrani d'oro a Algebraville.

Quanto l'ha pagato Be.Ta, che ha acquistato il suo libro a Geometryburg?

#### 5. UN SUPER COMPLEANNO (7 punti)

Per Natale si sono reincontrati due nostri vecchi amici (vedi *Certamen* numero 3...), il Prof. Smith, l'eminente teorico dei numeri, e lo studente di matematica Jones. Durante l'abbondante cenone, il signor Smith ha raccontato a Jones come stanno i suoi tre nipoti... e naturalmente ha colto l'occasione per porre un altro bel quesito al povero studente.

Ha raccontato: " I miei nipoti Angelo, Rosi e Renato festeggiano oggi tutti e tre il loro compleanno. Hanno tre età diverse e Angelo, il più giovane dei tre, ha quattro anni meno di Renato, che è il maggiore. Appassionati di numeri, si divertono a calcolare tutte le somme di due o tre numeri, scelti tra le loro età. Addizionando i numeri ottenuti attraverso queste somme, ottengono un primo risultato. Calcolano poi tutte le differenze positive tra due delle loro età, addizionando poi i risultati di queste differenze e ricavando così un secondo risultato. Dividono allora il primo risultato per il secondo e...sorpresa!... ottengono l'età di Renato. Qual è questa età? ”.

“Non mi basta” disse Jones “ho bisogno ancora di qualche dato... L'età di Angelo è un numero primo?”

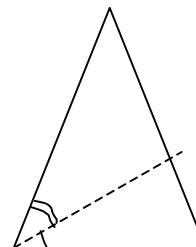
Appena Smith rispose, Jones sorrise e disse l'età esatta dei tre.

Quali sono tali età?

#### 6. UN PO' DI GEOMETRIA... (4 punti)

Maria è in crisi: non riesce a dimostrare che in un triangolo isoscele l'altezza relativa ad uno dei lati obliqui forma con l'altro lato obliquo un angolo che è complementare al doppio di quello formato con la base.

Provate un po' voi ad aiutarla...



#### 7. LE DUE SORELLE (10 punti) [dedicato alle due *sister* Maria e Sara]

Marta ed Alice sono sorelle ed hanno intimato ai loro genitori di non dire le loro età, per cui quando viene chiesta l'età delle loro figlie essi rispondono in modo confuso: Marta ha il doppio dell'età che Alice aveva quando Marta aveva la metà dell'età che Alice avrà quando Alice avrà il triplo dell'età che Marta aveva quando Marta aveva il triplo dell'età di Alice. Sommando l'età di Marta a quella di Alice si ottiene 80. Qual è l'età delle due sorelle ?

#### 8. VIVA I POLINOMI! (4 punti)

Il polinomio  $p(x)$  diviso per  $(x-1)$  dà resto 5. Diviso per  $(x-2)$  dà invece resto 7.

Se  $p(x)$  può essere scritto nella forma  $(x-1)(x-2)*q(x) + ax + b$

(in cui  $q(x)$  è un polinomio ed  $a$  e  $b$  sono numeri reali)

trova il resto della divisione di  $p(x)$  per  $(x-1)(x-2)$ .

### 9. IL COMPITO DI MARCO (2 punti)

Marco si esercita sui numeri relativi. Deve trovare il risultato della somma dei numeri da 1 a 100, ma in modo tale che i numeri dispari sono positivi, quelli pari sono negativi. Ossia deve fare  $1 - 2 + 3 - 4 + \dots - 96 + 97 - 98 + 99 - 100$ .

Naturalmente, visto che Marco è un poltrone, si affida all'ausilio della calcolatrice...

Il risultato trovato è +50. In realtà ha commesso un errore, un solo errore di segno. Qual è il numero inserito col segno errato nella calcolatrice?

### 10. COLLAGE (4 punti)

Le cifre da 1 a 9 sono scritte su 9 cartoncini quadrati uguali. Successivamente i cartoncini vengono affiancati opportunamente in modo da ottenere una figura che ricorda la forma di una W. Si sa che la somma dei 3 cartoncini che compongono ciascuno dei 4 tratti della W è sempre la stessa, ed inoltre i tre cartoncini comuni a due tratti sono (da sinistra verso destra) quelli contrassegnati con i numeri 1, 4, 2. La struttura del collage è questa:

```
A      4      F
  B  C  D  E
    1      2
```

I numeri A; B; C; D; E; F sono da scegliersi fra le rimanenti cifre fra 1 e 9.

Trova gli altri numeri.

### 11. MANTENUTA DAI GENITORI (8 punti)

Penelope è una studentessa di matematica molto pigra. Per questo i suoi genitori le hanno detto che appena si sarà laureata ed avrà trovato un lavoro, loro smetteranno di mantenerla e lei dovrà andare a vivere da sola. Sapendo che tutti i laureati in matematica trovano immediatamente lavoro, Penelope ha deciso allora di ritardare il più possibile la consegna della tesi che, su indicazione del relatore, dovrà essere di 100 pagine. Penelope ha comunque promesso ai genitori che appena arriverà a pagina 100 consegnerà immediatamente l'elaborato, ma per ritardare la fine dei lavori, la ragazza nei mesi dispari (gennaio, marzo, . . .) scrive una pagina al giorno, mentre nei mesi pari (febbraio, aprile, . . .) cancella una pagina al giorno. Sapendo che la prima pagina è stata scritta il primo gennaio 2003, determinare in quale anno verrà consegnata la tesi.

### 12. SINCERI O BUGIARDI? (3 punti)

I 2003 studenti di Matematica dell'Università di Matelandia sono da sempre divisi in matematici puri, che vivendo in un mondo ideale dicono sempre la verità, e matematici applicati, che per meglio adattarsi al mondo reale mentono sempre. Un giorno il presidente del corso di laurea convoca tutti gli studenti e cerca di capire a quale gruppo appartengono. Tuttavia, gli studenti tengono alla privacy e non sono molto prodighi di informazioni. Il primo studente interpellato dichiara: "Siamo tutti dello stesso gruppo". Dal secondo al 1000-esimo dichiarano tutti: "Nessuno di quelli prima di me ha mentito". Dal 1001-esimo all'ultimo tutti dichiarano: "Qualcuno prima di me ha mentito".

Determinare quanti sono i matematici puri.

### 13. FINANZIAMENTO CULINARIO (7 punti)

Per mantenersi agli studi, Demy e Sabrina hanno venduto un certo numero di torte, ciascuna ad un prezzo (in euro) uguale al numero delle torte stesse. Per dividersi il ricavato, Demy ha preso 10 euro, poi Sabrina ha preso 10 euro, poi Demy ha nuovamente preso 10 euro, e così via. Dopo alcuni passaggi, sono rimasti meno di 10 euro per Sabrina. Allora questa ha preso il rimanente e si è fatta offrire un gelato da Demy. A questo punto, le due amiche si sono ritenute "in pari".

Determinare, in centesimi di euro, il prezzo del gelato.