

Sarò breve

Dicembre 2003

1. Armida e Berengario hanno inventato un gioco: hanno due mucchietti formati da n e k sassolini. A turno devono fare una delle due mosse: o togliere due sassolini da un mucchio, lasciando l'altro invariato, o togliere un sassolino da entrambi. Vince chi lascia un sassolino in entrambi i mucchietti. Berengario è gentile e lascia sempre che sia Armida a fare la prima mossa.

a. Se $k = n + 2$, ci sarà un vincitore? Se sì, quale strategia deve adottare? (4 punti)

b. Ci sono valori di n e k per cui nessuno dei due può vincere, qualsiasi strategia venga adottata? (2 punti)

c. Se $n = k$, ci sarà un vincitore? Chi? (4 punti)

2. Per quali valori reali positivi di x vale la disuguaglianza?

$$x^x \leq 1 + x - x^2$$

(6 punti)

3. Trovare tutte le soluzioni reali dell'equazione:

$$x^{10} - x^8 + 8x^6 - 24x^4 + 32x^2 - 48 = 0$$

(6 punti)

4. Dimostrare che il successivo del prodotto di quattro interi consecutivi è un quadrato perfetto. (3 punti)