

Original trade mark

Ottobre 2003

1. La somma di due delle soluzioni dell'equazione $n^4 - 10n^3 + 27n^2 - 2n + k = 0$ è 7. Quanto vale k? (5 punti)
2. Su un'isola ci sono cavalieri, sempre sinceri, furfanti, che mentono sempre e paggi, che dopo una bugia fanno sempre un'affermazione corretta e dopo aver detto la verità mentono sempre. Incontriamo quattro persone che dicono le seguenti frasi:
A: "C'è almeno un cavaliere."
B: "C è un furfante. Io sono cavaliere."
C: "B è cavaliere. A non è cavaliere."
D: "C è un furfante. Io sono paggio. Tra noi quattro ci sono più furfanti che paggi."
Si può decidere il tipo di persone che abbiamo davanti? Se sì, chi sono? (4 punti)

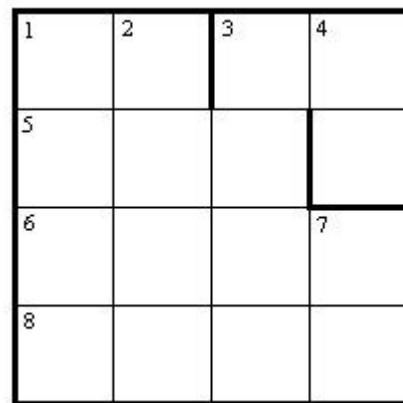
3. Risolvete lo schema di... numeri crociati. (4 punti)

Orizzontali

- 1 - Un primo
- 3 - Le stesse cifre del 4 verticale in ordine inverso
- 5 - Un numero formato da cifre successive
- 6 - Un numero formato da cifre pari tutte diverse
- 8 - L'1 orizzontale moltiplicato per il 7 verticale

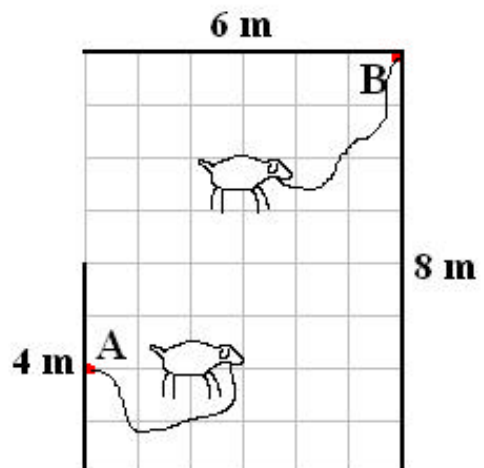
Verticali

- 1 - Il quadrato del 4 verticale
- 2 - Il quadrato dell'1 orizzontale
- 3 - Un multiplo dell'1 orizzontale
- 4 - Vedi il 3 orizzontale
- 7 - Un cubo



4. Giocando a un gioco da tavolo, si lancia un dado e si avanza di tante caselle quanti sono i punti segnati dal dado. Qual è la probabilità di fermarsi, dopo un qualsiasi numero di lanci, sulla settima casella? (3 punti)

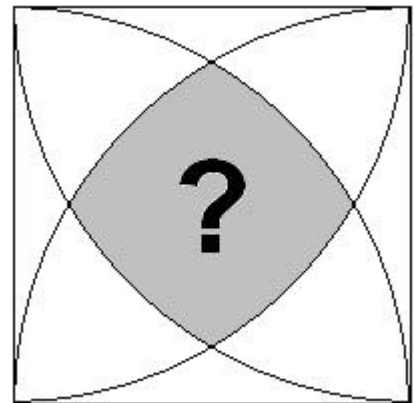
5. In un prato c'è un recinto rettangolare incompleto di lati 6 e 8 metri. Uno dei lati lunghi è aperto per metà (vedi figura). Un contadino di tanto in tanto vi porta a pascolare la sua pecora. A volte la lega nel punto A con una corda lunga 4 metri, altre volte la lega in B con una corda di 6 metri. Tenendo presente che la pecora può anche uscire dal recinto attraverso l'apertura, dire quando è più contenta, perché ha un'area maggiore dove pascolare. (4 punti)



6. Il gioco chiamato *modulo n* è la generalizzazione del *pari o dispari* per n persone: ognuno sceglie un possibile resto della divisione per n , dopodichè simultaneamente si “butta” un numero, segnandolo con le dita, quindi si fa la somma, si divide con resto questa per n e si vede chi ha vinto, cioè quale persona aveva scelto il resto corrispondente a quello così trovato. Giocando in tal modo in tre persone e usando da una a cinque dita, chi ha scelto quale resto ha la più alta probabilità di vincere? (3 punti)

7. Esiste una progressione aritmetica dove nessun termine è divisibile per 14 e che contiene almeno un numero pari e almeno un numero dispari? (1 punto)

8. Dato un quadrato di lato l , disegnando 4 circonferenze di centro i vertici del quadrato e di raggio l , si ottiene una regione tutta interna al quadrato (vedi figura). Qual è l'area di tale regione? (5 punti)



Extra – troppo famoso per dare qualche punto

In una remota regione dell'India vive dalla notte dei tempi una comunità di monaci adoratori di una divinità; nel 1000 dC., il dio regalò loro 100 dischi di oro, tutti di diametro diverso e con un foro al centro, infilati in un lungo palo, dal più grande al più piccolo, dal basso verso l'alto. Donò loro anche altri due pali in cui potessero infilare i dischi, ma ordinò di aver cura che ogni disco avesse sotto di sé sempre un disco più piccolo di lui. Da quel giorno, seguendo le disposizioni del dio, i monaci hanno iniziato a spostare un disco alla volta, prelevandolo sempre da una sommità delle tre pile e mettendolo in uno dei due lunghi pali disponibili. Secondo la leggenda, il dio disse loro che il mondo sarebbe finito quando questi avrebbero impilato tutti i 100 dischi in uno dei due pali inizialmente liberi. Stando a questa leggenda, dovremmo preoccuparci per l'imminente fine del mondo?