

Riscaldamento

1. Una mamma compra 3 giacche e 4 pantaloni per i suoi due gemelli. I capi di vestiario sono tutti diversi tra loro. Quando escono insieme, in quanti modi possono presentarsi vestiti i due ragazzi?
2. Quanti sono i numeri interi relativi per cui $n(n+2)(n+4)(n+6) < 0$?
3. In una carta geografica con scala 1:100 000 la distanza tra due città è 10 cm. Qual è la distanza tra le stesse due città su una carta con scala 1:250 000?
4. Quanti spigoli di un cubo può incontrare al massimo un piano che non contiene vertici del cubo?
5. Quanti sono i punti in comune alle curve di equazioni $y = |x|$ e $y = |x^2 - 4|$?
6. Qual è la probabilità che, lanciando due dadi, la somma dei punteggi sia 7?
7. Due candele della stessa altezza vengono accese simultaneamente. La prima si consuma completamente in 4 ore, la seconda in tre ore. Supponendo che le candele brucino uniformemente, dopo quanto tempo dal momento dell'accensione la prima candela è alta il doppio della seconda?
8. Tre rane A, B, C stanno conversando.
A: "Io non ho trovato il principe azzurro"
B: "Nemmeno io"
C: "B mente"
A: "C è sincera"
In realtà una sola delle tre mente. Chi ha trovato il principe azzurro?
9. In un bar, nel vino che si vende, viene aggiunta una quantità d'acqua pari al 10% del vino. Il vino così adulterato viene venduto a un prezzo che supera del 20% quello d'acquisto. Qual è la percentuale di guadagno?
10. Enrico e Desiderio si trovano davanti alla casa di Emy, con la quale hanno appuntamento. Si chiedono quale sia il numero di codice per aprire il portone; si sono infatti dimenticati di trascriverlo, quando Emy glielo aveva dato.
"So che il numero di codice è dispari e che è formato da tre cifre. Mi ricordo anche le cifre – dice Enrico. Dobbiamo quindi solo provare tutte le combinazioni!".
"Aspetta – gli dice Desiderio – io non le ricordo, ma avevo notato che il numero formato da queste tre cifre è uguale a 1 aumentato del triplo del prodotto di due numeri consecutivi. Questo forse può aiutarti!".
"E no, risponde Enrico! Questo particolare non riduce affatto il numero di combinazioni possibili. Per fortuna, non sono numerose!".
Determinare le tre cifre del numero di codice.

Di ritorno

Settembre 2003

1. “Sento che dei ragazzi giocano nel cortile - disse Jones, uno studente di matematica - Sono tutti vostri?”. “Per l'amor del Cielo, no - esclamò il Prof. Smith, l'eminente teorico dei numeri - I miei figli giocano con degli amici di altre tre famiglie del vicinato, anche se la nostra è la più numerosa. I Brown hanno un numero inferiore di figli ed i Green ancora inferiore, mentre i Black ne hanno meno di tutti.”
“Ma in totale quanti bambini ci sono?” chiese Jones. “Diciamo così - fece Smith - Sono meno di 18 bambini e il prodotto dei numeri delle quattro famiglie coincide, guarda caso, con il mio numero di casa che avete visto venendo.”
Jones prese un quaderno ed una matita dalla tasca e cominciò a scarabocchiare. Dopo un momento alzò gli occhi e chiese: “Mi occorrono altre notizie. In casa Black vi è più di un bambino?”. Appena Smith rispose, Jones sorrise e disse il numero esatto di bambini di ciascuna famiglia. Quanti sono i figli di ciascuna famiglia? (9 punti)
2. Walter scrive su una lavagna N affermazioni:
"C'è esattamente una affermazione falsa su questa lavagna"
"Ci sono esattamente 2 affermazioni false su questa lavagna"
"Ci sono esattamente 3 affermazioni false su questa lavagna"
"Ci sono esattamente 4 affermazioni false su questa lavagna"
...
"Ci sono esattamente N affermazioni false su questa lavagna".
Quali affermazioni sono vere, se ce ne sono? (4 punti)
3. Trovare tutti gli interi positivi k tali che $k^2 \mid k!$ (6 punti)
4. Trovare tutte le soluzioni intere dell'equazione $x^2 + y^2 + z^2 = 2xyz$ (6 punti)
5. Quante cifre ha $4^8 * 5^{17}$? (2 punti)
6. Quali numeri naturali sono uguali a tre volte la somma delle loro cifre? (4 punti)
7. Trovare il massimo comun divisore dei numeri della forma $P(n) = n^5 + n^3 - 2n$ con n intero, $n > 1$. (6 punti)
8. Perché il quoto della divisione tra due numeri interi è periodico (eventualmente di periodo nullo)? (5 punti)
9. È più facile, gettando una volta un dado, ottenere 6, oppure, gettandolo tre volte, ottenere sempre numeri pari? (4 punti)
10. L'eguaglianza $p! + q! + r! = s!$ è soddisfatta per $p = q = r = 2$ e $s = 3$. Dire se esistono altri interi positivi per cui l'eguaglianza è vera. (8 punti)